

Determinarea accelerării gravitaționale cu ajutorul unui pendul fizic

Scopul lucrării:

Studierea mișcării oscilatorii a unui corp solid (rigid), montat astfel încât să constituie un pendul fizic, precum și determinarea cu ajutorul lui a accelerării gravitaționale.

I. Considerații teoretice

Pendulul fizic este un corp solid (rigid) montat în aşa fel încât să poată oscila liber într-un plan vertical, sub acțiunea forței gravitaționale, \vec{G} , în jurul unei axe care nu trece prin centrul său de masă, C (Fig. 1). Considerăm un corp de o formă oarecare, care este suspendat în punctul O și poate oscila cu frecări neglijabile în jurul unei axe care trece prin punctul O. În poziția de echilibru, centrul de masă C se află pe verticala ce trece prin punctul de susținere O. În această poziție, asupra corpului acționează greutatea \vec{G} (aplicată în punctul C) și reacționarea \vec{R} (aplicată în punctul O), cele două forțe fiind egale, pe aceeași direcție și în sens opus (Fig. 1).

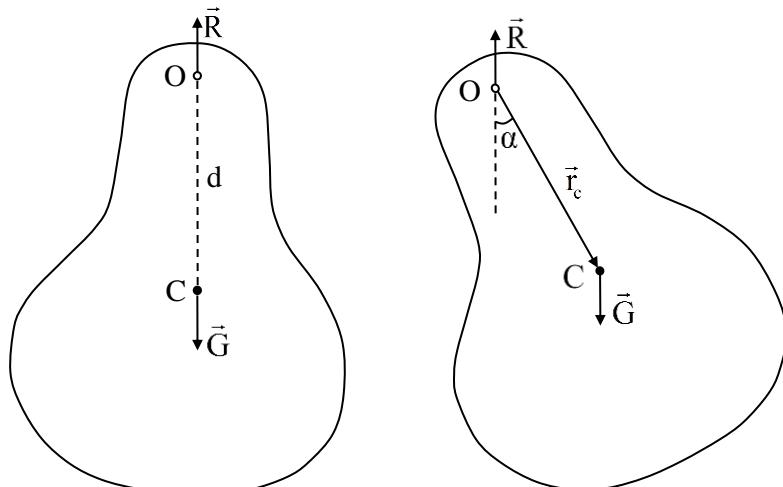


Fig. 1.

Dacă se scoate pendulul din poziția de echilibru, acesta efectuează o mișcare oscilatorie în jurul acestei poziții. Prin scoaterea pendulului din poziția de echilibru cu un unghi α , \vec{G} și \vec{R} formează un cuplu de forțe, cu moment diferit de zero, ce倾de să readucă corpul în poziția de echilibru. Acest moment de revenire este:

$$\vec{M} = \vec{r}_c \times \vec{G} \quad (1)$$

sau scalar:

$$M = -mg \cdot d \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

unde m este masa corpului, \vec{r}_c este vectorul de poziție al centrului de masă față de punctul O, iar $|\vec{r}_c| = d$. În cazul deplasărilor mici, $\sin \alpha \approx \alpha$ și pendulul se află în aşa numitul regim de amplitudini mici, atunci:

$$M \approx -mg \cdot d \cdot \alpha \quad (3)$$

iar pendulul oscilează armonic, de o parte și de alta a poziției de echilibru.

Ecuația de mișcare a pendulului fizic se deduce folosind legea fundamentală a dinamicii mișcării de rotație:

$$I \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{M} \quad (4)$$

unde $I = mr_c^2$ este momentul de inerție în raport cu axa de rotație, iar $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ este accelerația unghiulară. Din relațiile (3) și (4) rezultă:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \cdot \alpha = 0 \quad (5)$$

sau:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \alpha = 0 \quad (6)$$

unde am notat $\omega_0^2 = \frac{mgd}{I}$. Relația (6) este ecuația diferențială a unui oscilator armonic, iar soluția acestei ecuații este legea de mișcare:

$$\alpha = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (7)$$

unde A și φ reprezintă amplitudinea, respectiv, faza inițială a mișcării, ele putând fi determinate din condițiile inițiale ale mișcării.

Perioada mișcării oscilatorii descrisă de ecuația (7), adică perioada de oscilație a pendulului fizic este:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (8)$$

II. Metodica experimentală

II.1. Dispozitivul experimental

Pendulul fizic utilizat în această lucrare este format dintr-o platbandă metalică, lungă de aproximativ 1 m, care este prevăzută în lungul ei cu opt orificii echidistante, dispuse simetric de o parte și de alta, a centrului de masă (Fig. 2). Platbanda poate fi așezată, cu fiecare orificiu al ei, pe un suport fixat în perete, prevăzut cu un cuțit, din oțel de înaltă duritate, cu muchia în sus, muchie ce constituie axa de rotație. Așezând platbanda pe muchia cuțitului, folosind unul dintre orificii, se obține un pendul fizic de o anumită lungime d și un anumit moment de inerție I . Schimbând orificiul, se modifică atât d cât și I , astfel că pendulul va avea o altă perioadă de oscilație.

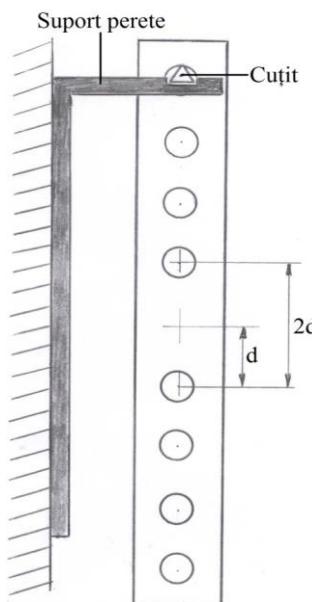


Fig. 2

Notăm cu I_0 momentul de inerție al platbandei față de axa ce trece prin centrul său de masă și care este paralelă cu axul de rotație ce trece prin punctul de susținere. Conform teoremei lui Steiner, momentul de inerție I al platbandei față de axa ce trece prin punctul de susținere este egal cu momentul de inerție I_0 plus produsul dintre masa platbandei, m , și pătratul distanței dintre cele două axe, d^2 :

$$I = I_0 + md^2 \quad (9)$$

Introducând relația (9) în relația (8) obținem perioada de oscilație a pendulului fizic:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g} + \frac{I_0}{mgd}} \quad (10)$$

II.2. Modul de lucru

Pentru determinarea valorii accelerării gravitaționale se procedează astfel:

- i. Cu ajutorul ruletei se măsoară distanțele $(2d)$ dintre centrele orificiilor simetric dispuse față de centrul de masă al barei (Fig. 2), iar valorile lui d se trec în tabelul 1;
- ii. Se sprijină bara cu mare grijă pe cuțitul de susținere, începând cu primul orificiu dintr-un capăt al ei, și se scoate din poziția de echilibru cu un unghi de aproximativ $2^\circ - 3^\circ$. Se cronometrează durata (t_1) a 30 de oscilații complete (n_1) , iar cu ajutorul relației $T_1 = t_1/n_1$ se calculează perioada de oscilație a pendulului;
- iii. Se schimbă poziția punctului de suspensie în al doilea orificiu și se măsoară, în aceleași condiții, perioada T_2 ;
- iv. Operațiunile se repetă pentru toate orificiile aflate deasupra centrului de masă, după care se întoarce platbanda cu 180° și se fac aceleasi determinări pentru următoarele orificii;
- v. Rezultatele obținute se trec în tabelul 1.

Tabelul 1

d (cm)	d^2 (cm^2)	t (s)	T (s)	\bar{T} (s)	$d\bar{T}^2$ ($\text{cm}\cdot\text{s}^2$)	g (m/s^2)